CENTRO NACIONAL DE METROLOGÍA

INCERTIDUMBRE EN LA CALIBRACIÓN DE CALIBRADORES TIPO VERNIER

Héctor González Muñoz

Nota: *El presente ejercicio ha sido desarrollado bajo aspectos didácticos y lleva por esto algunas simplificaciones. Para aplicarlo a un caso específico, deben tomarse en cuenta los resultados particulares de esa medición o calibración, informes y certificados de calibración, características de los equipos, métodos, condiciones ambientales, habilidades del personal y todos los elementos relevantes particulares de ese sistema de medición.*

El Marqués, Qro., México, mayo de 2001.

INCERTIDUMBRE EN LA CALIBRACIÓN DE CALIBRADORES TIPO VERNIER

Héctor González Muñoz

Junio, 2001

Resumen. *Se presenta la estimación de incertidumbre para un calibrador tipo vernier evaluando las diferentes fuentes de incertidumbre de acuerdo al método de la Guía para la Expresión de Incertidumbres en la Medición del BIPM/ISO.*

1. Introducción

El calibrador tipo vernier, también conocido como vernier ó pie de rey, es un instrumento muy difundido en la industria, con él se miden características de longitud: exteriores, interiores o de profundidad. Esto lo hace un instrumento muy empleado para mediciones preliminares y, si las tolerancias lo permiten, para el control de ciertas longitudes.

Para calibrar el calibrador tipo vernier, se emplean bloques patrón (BP), individuales o en conjunto adheridos, con longitudes nominales tales que calibren tanto la escala principal como la escala vernier (puntos 7.1.2. de NMX-CH-2-1993-SCFI [1] y, A.1 de ISO 3599-1976 [2]).

2.- Descripción del sistema de medición

El calibrador tipo vernier consta de: una estructura soporte en forma de **L**, que cuenta en su lado mayor con superficies guía donde desliza un cursor, este cuenta con puntas para mediciones externas e internas, y en él esta, además, el sistema de lectura, éste puede ser una escala vernier, un indicador de carátula o una pantalla digital. Existen gran número de variaciones a este diseño, ofrecidas por los distintos fabricantes de instrumentos.

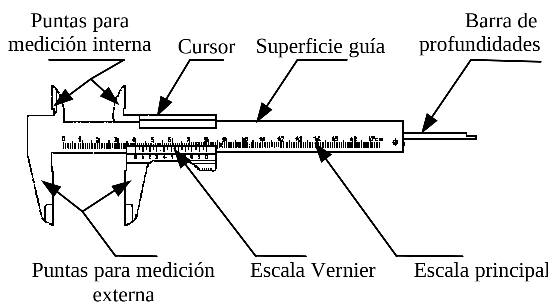


Fig. 1. Calibrador con vernier.

3.- Definición del mensurando

La calibración se realizará sobre un calibrador con alcance de 0 a 150 mm, con división mínima de 0,05 mm, calibrado con condiciones ambientales de temperatura de 20ºC ±1ºC.

Lo primero es definir el mensurando, analizando la forma de calibración de un calibrador, se propone como mensurando la corrección de la lectura del calibrador (e), definido como la diferencia entre la longitud del bloque patrón (l_{bp}) y la lectura del calibrador (l_v)

$$e = \ell_{bp}^{t_1} - \ell_{v}^{t_2} \tag{1}$$

Éste es el modelo físico y matemático, añadiendo las correcciones a esta ecuación por los efectos de temperatura, se obtiene:

$$e = \ell_{bp}^{0} - \ell_{v}^{0} \tag{2}$$

$$e = \ell_{bp}^{0}\left(1+a_{bp}\Delta T_{bp}\right) - \ell_{v}^{0}\left(1+a_{v}\Delta T_{v}\right) \tag{3}$$

$$e = \ell_{bp}^{0} + \ell_{bp}^{0} a_{bp} \Delta T_{bp} - \ell_{v}^{0} - \ell_{v}^{0} a_{v} \Delta T_{v} + \ldots \tag{4}$$

Entonces la medición del mensurando (e) está afectada por las diferencias de temperatura y las diferencias de material entre el calibrador y el mensurando.
Para simplificar el manejo de la ecuación y de las diferencias de temperatura entre objetos, se definirán dos diferencias auxiliares:

$$da = a_{v} - a_{bp} \tag{5}$$

$$dT = \Delta T_{v} - \Delta T_{bp} \tag{6}$$

sustituyendo estas diferencias en la ecuación original y suponiendo $\ell_{bp}^{0} \approx \ell_{v}^{0}$ se tiene:

$$e = \ell_{bp}^{0} - \ell_{v}^{0} - \ell_{bp}^{0} a_{bp} d\,T - \ell_{v}^{0} \Delta T_{v} da \tag{7}$$

Ahora, de esta ecuación se encuentran los coeficientes de sensibilidad de cada componente:

$$\frac{\partial e}{\partial \ell_{bp}^{0}} = 1 - a_{bp}\, d\,T \qquad \frac{\partial e}{\partial d\,T} = -\ell_{bp}^{0}\, a_{bp}$$
$$\frac{\partial e}{\partial \ell_{v}^{0}} = -1 - \Delta T_{v}\, da \qquad \frac{\partial e}{\partial \Delta T_{v}} = -\ell_{v}^{0}\, da \tag{8}$$
$$\frac{\partial e}{\partial a_{bp}} = -\ell_{bp}^{0}\, d\,T \qquad \frac{\partial e}{\partial da} = -\ell_{v}^{0}\, \Delta T_{v}$$

Con lo cual el cuadrado de la incertidumbre queda finalmente:

$$
\begin{aligned}
u^2(e) = {} & \left(1 - a_{bp}\, dT\right)^2 \cdot u^2\left(\ell_{bp}\right) + \left(-1 - \Delta T_v\, da\right)^2 \cdot u^2\left(\ell_v^0\right) \\
& + \left(-\ell_{bp}^0\, dT\right)^2 \cdot u^2\left(a_{bp}\right) + \left(-\ell_{bp}^0\, a_{bp}\right)^2 \cdot u^2\left(dT\right) \\
& + \left(-\ell_v^0\, da\right)^2 \cdot u^2\left(\Delta T_v\right) + \left(-\ell_v^0\, \Delta T_v\right)^2 \cdot u^2\left(da\right)
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

4.- Cuantificación

4.1.- Incertidumbre de los patrones u(l_{bp})

La contribución a la incertidumbre, en este caso, se considerará como la tolerancia de longitud, especificada en la norma ISO 3650 [3], según el grado de exactitud de los bloques patrón empleados, porque no se corrigió al valor calibrado de los bloques, por ser grado 1.

La tolerancia para bloques grado 1 es de ± 0,8 µm para un bloque de 150 mm de longitud nominal, al cual se asigna un tipo de distribución de probabilidad rectangular, se tiene:

$$
u\left(l_{bp}\right) = \frac{0{,}8}{\sqrt{3}} = 0{,}461 mm \qquad (10)
$$

4.2.- Incertidumbre de la lectura del vernier u(l_v)

Esta incertidumbre se considerará el resultado de cinco contribuciones: el error de Abbe, el efecto de paralaje, la falta de paralelismo, la resolución y la repetibilidad.

4.2.1.- El error de Abbe

Se considera que entre el cursor y las superficies guías existe un huelgo que permite deslizamiento y además un error, se supone un ajuste H7/g6 [4] con un juego máximo de 36,3 µm [5, 6], tal que conociendo la dimensión del cursor que apoya en la superficie guía (W) se puede estimar el error (E) sobre la línea de medición.

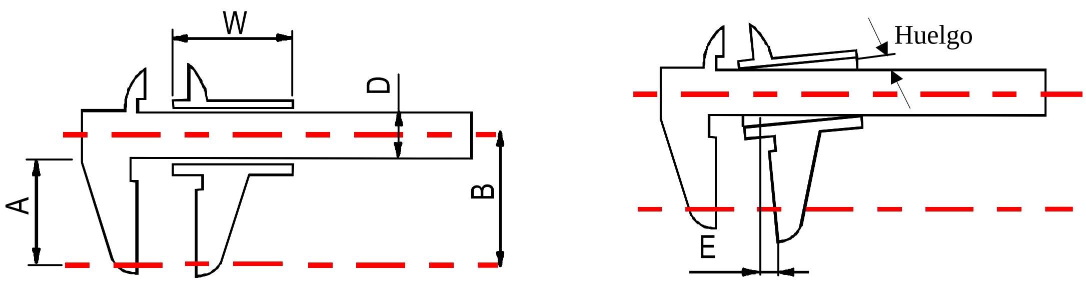


Fig. 2. Error de Abbe.

$$
\begin{aligned}
E &= A \cdot \frac{\text{huelgo}}{W} \\
&= 40\,\text{mm} \cdot \frac{36{,}3 \cdot 10^{-3}\,\text{mm}}{53\,\text{mm}} = 0{,}0274\,\text{mm}
\end{aligned}
\qquad (11)
$$

Asignando un tipo de distribución de probabilidad rectangular a este intervalo la incertidumbre estándar resulta:

$$
u_{Abbe} = \frac{27{,}4mm}{\sqrt{12}} = 7{,}9mm \approx 8mm \qquad (12)
$$

4.2.2.- El efecto de paralaje

La escala con vernier (ver la figura 3), está graduada con un número de divisiones iguales en n-1 o n+1 divisiones de la escala principal. Las diferentes formas de dividir la escala vernier hacen diferentes divisiones mínimas [7,8].

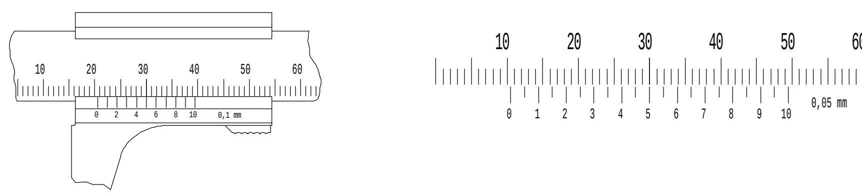


Fig. 3. Sistema de lectura analógica con escala vernier, con división mínima de 0,05 mm dividiendo 39 mm en 20 intervalos.

El error de paralaje es un error que puede presentarse en la lectura de la escala vernier, debido a que la escala vernier normalmente esta separada de la escala principal, ello ocasiona al operador la posibilidad de tomar una lectura errónea, (ver figura 4) por no estar apropiadamente ubicado respecto a la superficie de la escala principal.

Para considerar este error, es necesario evaluar el posible error en la lectura de la escala vernier por falta de perpendicularidad, este error tendrá efecto sobre la escala vernier, la cual, hay que recordar, es un instrumento que permite amplificar los pequeños desplazamientos de las mordazas, y por tanto el error encontrado habrá que transformarlo, de acuerdo a la resolución y separación de las líneas del vernier, en un error en la distancia entre las mordazas.

El error de perpendicularidad en la lectura (*P)* en el caso del calibrador tipo vernier se debe a que la forma de construcción del calibrador separa la escala vernier del plano de la escala principal una distancia *(a),* ver figura 4, el operador posee una desviación óptica (*DO*), determinada por diversas causas, entre ellas la falta de perpendicularidad al plano *xz* sobre el plano *xy*.

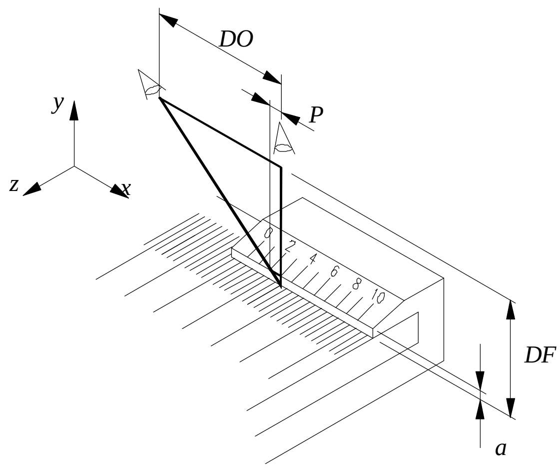


Fig. 4. Error de paralaje en calibrador con vernier.

De lo anterior se deduce por triángulos semejantes que:

$$P_{(vernier)} = \frac{DO \cdot a}{DF} = \frac{32{,}5mm \cdot 0{,}3mm}{300mm} = 0{,}0325mm \qquad (13)$$

Este error $P_{(vernier)}$ es en la lectura de la escala vernier y para considerar su efecto en la medición habrá que transformarlo, de acuerdo a la resolución y separación de las líneas del vernier, en un error en la distancia entre las mordazas, entonces se realiza una equivalencia con el desplazamiento del cursor:

$$x = \frac{P \cdot DM}{ev} = \frac{0{,}033mm \cdot 0{,}05mm}{1{,}95mm} = 0{,}85mm \qquad (14)$$

donde:

x	es el error en la medición debido al error de paralaje,
P	es el error de perpendicularidad,
DM	es la división mínima de la escala vernier,
ev	es el espacio entre marcas de la escala vernier sobre el cursor.

La incertidumbre estándar debida a este error, que no se corrige; se estima a partir del máximo posible, considerándolo con distribución rectangular, por lo que se obtiene:

$$u_{paralaje} = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}85mm}{\sqrt{3}} = 0{,}48mm \qquad (15)$$

4.2.3.- Falta de paralelismo entre mordazas

Se toma el valor que establece la norma ISO 6906 como máximo admisible: ±10µm, el cual se considera con una distribución de probabilidad rectangular:

$$u_{paralelismo} = \frac{10mm}{\sqrt{3}} = 5{,}77mm \approx 6mm \tag{16}$$

4.2.4.- Resolución del vernier

Se toma la resolución como distribución rectangular:

$$u_{resolución} = \frac{0{,}05}{\sqrt{12}} = 14mm \tag{17}$$

4.2.5.- Repetibilidad.

Se considera la desviación estándar de la media de una serie de n mediciones repetidas sobre un bloque patrón de 150 mm de longitud nominal:

$$u_{\text{repetibilidad}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=i}^{i=n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n(n-1)}} = 3{,}51mm \tag{18}$$

4.2.6.- Combinación de las contribuciones a *u(l_v)*

$$\begin{aligned} u^2(l_v) &= u^2\text{Abbe} + u^2\text{Paralaje} + u^2\text{Paralelismo} + u^2\text{Resolución} + u^2\ \text{Repetibilidad} \\ u^2(l_v) &= 8^2\,mm + 0{,}48^2\,mm + 6^2\,mm + 14^2\,mm + 3{,}51^2\,mm \\ u(l_v) &= 17{,}57mm \end{aligned} \tag{19}$$

En la sección 7 se discutirá ésta como la mayor fuente de incertidumbre, y de la ec. (19) se observa que sus contribuyentes mayores son la resolución, el error de Abbe y el paralelismo.

4.3.- Incertidumbre del coeficiente de expansión térmica *u(a_bp)*

El material de los bloques es acero, se supone un ±10 % de variación de ese coeficiente, con una distribución de probabilidad rectangular resultando:

$$\begin{aligned} u\left(a_{bp}\right) &= \frac{10\% \cdot 11{,}5 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{{}^{\circ}C}}{\sqrt{3}} \\ &= 0{,}66 \cdot 10^{-6}\,{}^{\circ}C^{-1} \end{aligned} \tag{20}$$

4.4.- Incertidumbre de las diferencias de temperatura entre los bloques patrón y el calibrador *u(dt)*

Se supone una supervisión y control de las condiciones ambientales de temperatura de 20ºC ±1ºC, asignando un tipo de distribución de probabilidad rectangular a este intervalo resulta:

$$u(dt) = \frac{1º\,C}{\sqrt{3}} = 0{,}577º\,C \qquad (21)$$

4.5.- Incertidumbre de las diferencias de temperatura entre el ambiente y el calibrador *u(Dt$_v$)*

Se supone una supervisión y control de las condiciones ambientales de temperatura de 20ºC ±1ºC, asignando un tipo de distribución de probabilidad rectangular a este intervalo resulta:

$$u(\Delta t_v) = \frac{1º\,C}{\sqrt{3}} = 0{,}577º\,C \qquad (22)$$

4.6.- Incertidumbre de las diferencias de los coeficientes de expansión térmica del calibrador y de los bloques patrón. *u(da)*

Igual a *u(da)* punto 4.2.

$$u(da) = 0{,}66 \cdot 10^{-6}\,\frac{1}{º\,C} \qquad (23)$$

5.- Combinación de las incertidumbres

Sustituyendo las incertidumbres evaluadas en la ecuación (9) se tiene:

$$\begin{aligned} u^2(e) = {} & (1)^2 (0{,}461mm)^2 + (-1)^2 (17{,}57mm)^2 \\ & + (-150mm \times 2ºC)^2 (0{,}66 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 + (-150\,mm \times 11{,}5 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 (0{,}577\,ºC)^2 \\ & + (-150mm \times 1{,}15 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 (0{,}577\,ºC)^2 + (-150\,mm \times 1ºC)^2 (0{,}66 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 \end{aligned} \qquad (24)$$

$$\begin{aligned} = {} & (1)^2 (0{,}461mm)^2 + (-1)^2 (17{,}57mm)^2 \\ & + (-300\,mm\,ºC)^2 (0{,}66 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 + (-1{,}725 \times 10^{-3}\,mmºC^{-1})^2 (0{,}577\,ºC)^2 \\ & + (-1{,}725 \times 10^{-4}\,mmºC^{-1})^2 (0{,}577\,ºC)^2 + (-150\,mmºC)^2 (0{,}66 \times 10^{-6}\,ºC^{-1})^2 \\ = {} & 0{,}125mm^2 + 308{,}7mm^2 + 3{,}9204 \times 10^{-8}\,mm^2 + 9{,}9067 \times 10^{-7}\,mm^2 + 9{,}9067 \times 10^{-9}\,mm^2 \\ & + 9{,}801 \times 10^{-9}\,mm^2 \\ = {} & 0{,}125mm^2 + 308{,}7mm^2 + 0{,}0392mm^2 + 0{,}9907\,mm^2 + 0{,}0099mm^2 + 0{,}0098mm^2 \\ = {} & 309{,}97mm^2 \end{aligned}$$

6.- Incertidumbre expandida

De la ecuación (23) se obtiene:

u(e) = 17,606 μm expresada con k=1.

El número efectivo de grados de libertad es 124 (ver Anexo), por lo que se asume un valor de *k=2* al expresar la incertidumbre expandida con un nivel de confianza aproximado de 95%, de modo que

$$U(e) = 36\ \mu m \qquad (25)$$

7.- Discusión

De acuerdo con los resultados obtenidos en éste ejemplo, la contribución debida a la resolución, Abbe, paralelismo y repetibilidad, es de aproximadamente 99,9 %; y de ellas la contribución debida a la resolución es de 63,4%, al error de Abbe es del 20,7% y a la de paralelismo es de 11,6% conjuntando el 95,7%.

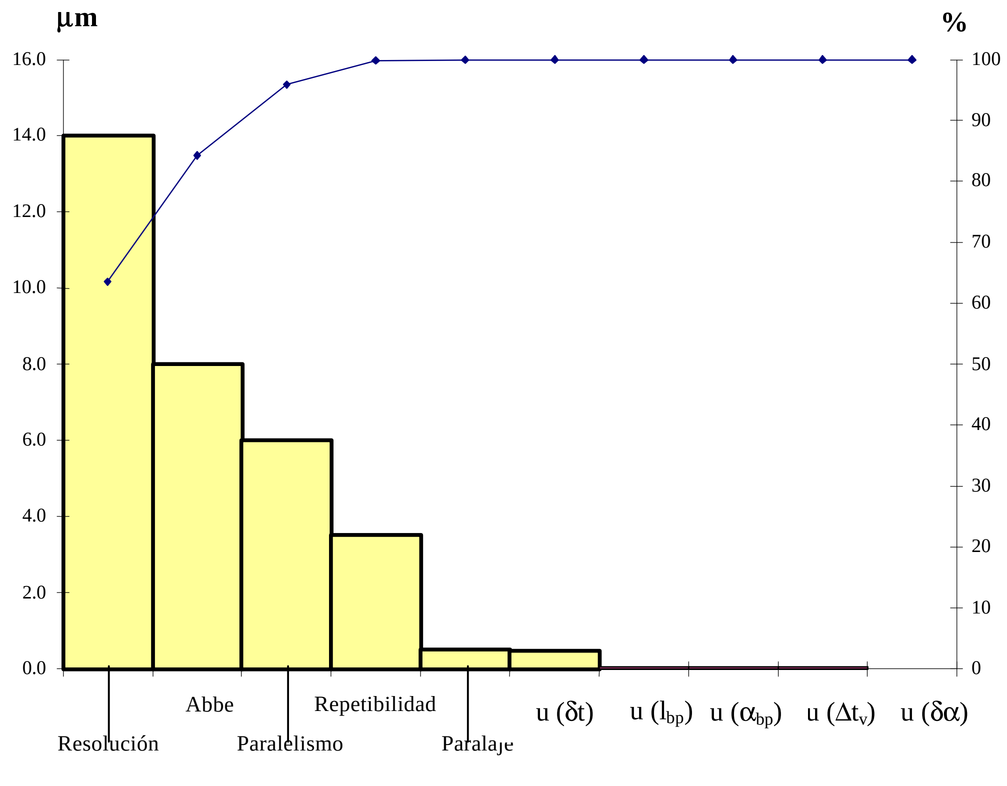


Fig. 5. Diagrama de Pareto comparando la contribución de las distintas fuentes de incertidumbre.

El modelo se probó para una longitud de 150 mm y una variación de temperatura no mayor a 2ºC, con divisiones mínimas distintas y con resolución digital, en estos casos la contribución de las tres principales fuentes continuó siendo dominante, por ello, es razonable suponer que considerando únicamente estas tres contribuciones, es posible obtener una aproximación

adecuada del valor de incertidumbre, por supuesto, cumpliéndose las condiciones ambientales dadas en el punto 3; para condiciones diferentes y para longitudes mayores será necesario evaluar el mismo modelo propuesto en (9) para las condiciones deseadas.

Entonces, se propone un modelo empírico simplificado para los calibradores de 0 a 150 mm con condiciones ambientales controladas (ver punto 3):

$$u^2(\varepsilon) = u^2_{resolución} + u^2_{Abbe} + u^2_{paralelismo} \qquad (26)$$

8. Referencias

[1] NMX-CH-2-1993-SCFI Instrumentos de medición – Calibradores con vernier.

[2] ISO 3599:1976 (E) Verniers callipers reading to 0,1 and 0,05 mm

[3] ISO 3650:1978 (E) Gauge blocks.

[4] ISO 286-1:1988 (E) ISO System of limits and fits.

[5] González, H., Tesis de licenciatura Tolerancias en la proyectación mecánica, Instituto Tecnológico de Celaya.

[6] Niemman, G., Machinenelemente Band I, Springer Verlag, 1981.

[7] Galicia , R., et al, Metrología Geométrica Dimensional, AGT Editor S.A., 1989.

[8] Carro, J., Curso de Metrología Dimensional, E.T.S.I.I.

Autor Héctor González Muñoz,
Metrólogo de la División de Metrología Dimensional, CENAM,
hgonzale@cenam.mx, Tel +52 (4) 2 11 05 00 al 03, ext. 3291; Fax +52 (4) 2 11 05 77

ANEXO: PRESUPUESTO DE INCERTIDUMBRE

Nº	Magnitud de entrada X_i Fuente de incertidumbre	Valor estimado x_i	Fuente de información	Incertidumbre original	Tipo, Distribución	Incertidumbre estandar $u(x_i)$	Coeficiente de sensibilidad c_i	Contribución $u_i(y)$	Grados de libertad
1	**Bloques patrón l_{bp}**	150 mm	Norma ISO 3599-1976	± 0,8 μm	B, rectangular	**0,461 μm**	**1**	**0,461 μm**	**200**
2	**Lectura del calibrador l_v**	150,01 mm	---	---	---	**17,57 μm**	**1**	**17,57 μm**	
2ª	Abbe	---	ISO 286-2	27,4 μm	B, rectangular	8 μm	---	8 μm	12
2b	Paralaje	---	JIS B7507	± 0,85 μm	B, rectangular	0,48 μm	---	0,48 μm	12
2c	Paralelismo	---	ISO 3599	± 10 μm	B, rectangular	6 μm	---	6 μm	50
2d	Resolución	---	Escala	0,05 mm	B, rectangular	14 μm	---	14 μm	100
2e	Repetibilidad	---	Mediciones repetidas	3,51 μm	A normal, k=1	3,51 μm	---	3,51 μm	7
3	**Coeficiente de expansión térmica de los bloques patrón a_{bp}**	---	Catálogo	$\pm 1,15 \times 10^{-6}$	B, rectangular	**$0,66 \times 10^{-6}$ °C^{-1}**	**300 mmºC**	**0,19799 μm**	**50**
4	**Diferencia de temperatura entre bloques patrón y calibrador dT**	---	Condiciones ambientales	± 1ºC	B, rectangular	**0,577 ºC**	**$1,725 \times 10^{-3}$ mm ºC^{-1}**	**0,9953 μm**	**12**
5	**Diferencia de temperatura entre calibrador y 20 ºC DT_v**	---	Condiciones ambientales	± 1ºC	B, rectangular	**0,577 ºC**	**$1,725 \times 10^{-4}$ mm ºC^{-1}**	**0,099 μm**	**12**
6	**Diferencias en los coeficiente de expansión térmica a_{bp}**	---	Catálogo	$\pm 1,15 \times 10^{-6}$	B, rectangular	**$0,66 \times 10^{-6}$ °C^{-1}**	**150 mmºC**	**0,098 μm**	**50**
	Error de lectura e	**0,01 mm**	---	---	---	---	---	**17,606 μm**	**124**